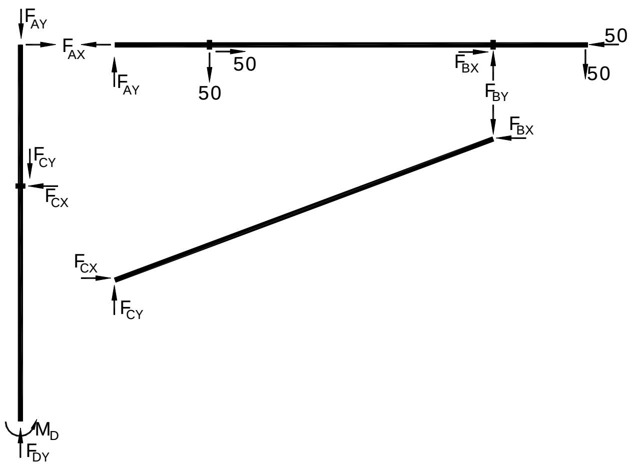
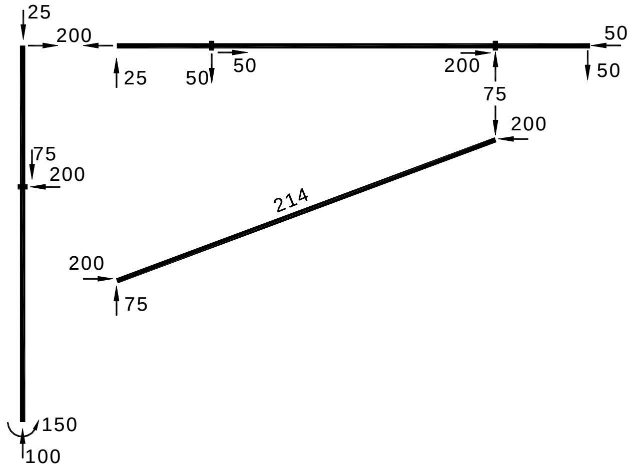
HØGSKOLEN I TROMSØ

Løsningsforslag eksamen høst 2005, Mekanikk

Oppgave 1:





(a) <u>Element AF:</u>

$$\sum M_A = 0 \quad gir \quad 50 \cdot 0{,}5 - F_{BY} \cdot 2{,}0 + 50 \cdot 2{,}5 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{BY} = 75kN$$

$$\sum F_Y = 0 \ \ gir \quad F_{AY} + 75 - 100 = 0 \ \Rightarrow \quad F_{AY} = 25kN$$

$$Trigonometri: \frac{F_{BX}}{F_{BY}} = \frac{2000}{750} \quad \Rightarrow \quad F_{BX} = 200kN$$

$$\sum F_X = 0 \quad gir \quad -F_{AX} + 50 + 200 - 50 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{AX} = 200$$

<u>Element BC:</u>

Dette er et stag som kun tar aksiallast. Således blir $F_{CX} = F_{BX}$ og $F_{CY} = F_{BY}$

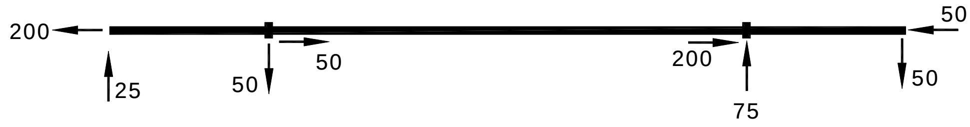
$$F_{BC} = \sqrt{75^2 + 200^2} = 214kN$$

<u>Element AD:</u>

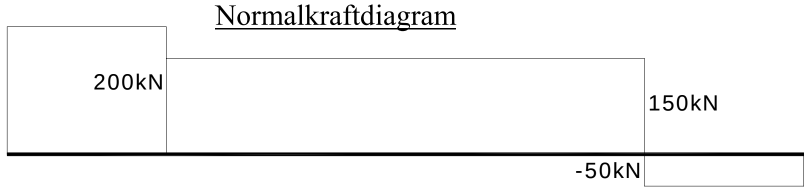
$$\sum M_D = 0 \quad gir \quad 200 \cdot 2 - 200 \cdot 1{,}25 - M_D = 0 \ \Rightarrow \ M_D = 150kNm$$

$$\sum F_Y = 0 \ \ gir \quad F_{DY} - 75 - 25 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{DY} = 100kN$$

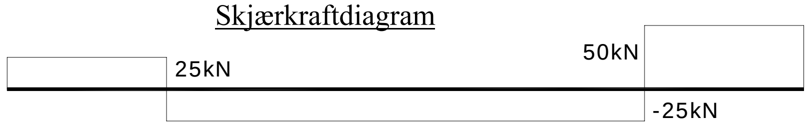
(b)



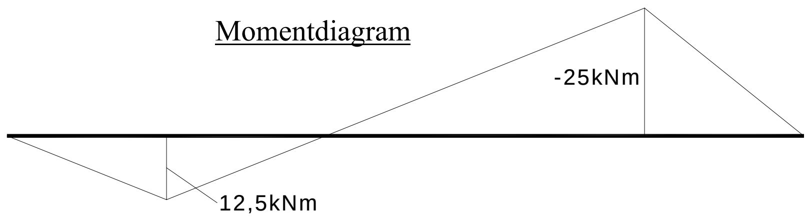
Normalkraftdiagram



Skjærkraftdiagram



Momentdiagram



(c) De største bøyespenningene finner vi i B. Antar i første omgang kun bøyespenninger:

$$W_{\min} = \frac{M}{\sigma_{tillatt}} = \frac{25 \cdot 10^6}{180} = 139 cm^3$$

IPE180 har følgende tverrsnittsdata: $A = 23{,}95\text{cm}^2$ og $W_x = 146{,}30\text{cm}^3$

I et snitt like til venstre for B får vi følgende strekkspenninger på oversiden av bjelken:

$$\sigma_A = \frac{N}{A} = \frac{150000}{2395} = 63 N/mm^2 \qquad \sigma_B = \frac{M}{W} = \frac{25 \cdot 10^6}{146{,}3 \cdot 10^3} = 171 N/mm^2$$

$$\sigma_N = \sigma_A + \sigma_B = 234 N/mm^2 > 180 N/mm^2$$

Prøver med IPE200:

$$\sigma_A = 52{,}7 MPa \qquad \sigma_B = 128{,}7 MPa \qquad \sigma_N = 181{,}4 MPa > 180 MPa$$

Prøver med IPE220:

$$\sigma_A = 45{,}0 MPa \qquad \sigma_B = 99{,}2 MPa \qquad \sigma_N = 144 MPa < 180 MPa$$

Velger derfor IPE220 for bjelke AF

(d) Knekklengde: $l_k = l = \sqrt{2{,}0^2 + 0{,}75^2} = 2{,}14m$

Antar elastisk knekning:

$$F_{tillatt} = \frac{F_K}{n} = \frac{\pi^2 EI_0}{nl_K^2} \Rightarrow \qquad I_{0,\min} = \frac{nFl_K^2}{\pi^2 E} = \frac{2 \cdot 214000 \cdot 2140^2}{\pi^2 \cdot 210000} = 94{,}6cm^4$$

IPE180 har følgende tverrsnittsdata: $I_0 = 100{,}90\text{cm}^4$ og $A = 23{,}95\text{cm}^2$

$$i = \sqrt{\frac{I_0}{A}} = 2{,}05cm \qquad \lambda = \frac{l_K}{i} = \frac{2140}{20{,}5} = 104$$

Får plastisk knekning og må bruke Tetmajers formler:

$\sigma_K = 310 - 1{,}14 \cdot \lambda = 310 - 1{,}14 \cdot 104 = 191\text{MPa}$

$\sigma_{tillatt} = \sigma_K/2 = 95{,}7\text{MPa}$

$\sigma_{trykk} = N/A = 214000/2395 = 89\text{MPa}$

Velger derfor IPE180 for staget BC

(e) Masten er mest påkjent i nedre del hvor vi får $M_B = 150\text{kNm}$ og $N = 100\text{kN}$. Dimensjonerer først mhp bøyning:

$$W_{\min} = \frac{M}{\sigma_{tillatt}} = \frac{150 \cdot 10^6}{180} = 833cm^3$$

IPE360 med $W_x = 903\text{cm}^3$ er derfor et bra utgangspunkt. Sjekker om den er sterk nok til også å klare aksiallasten:

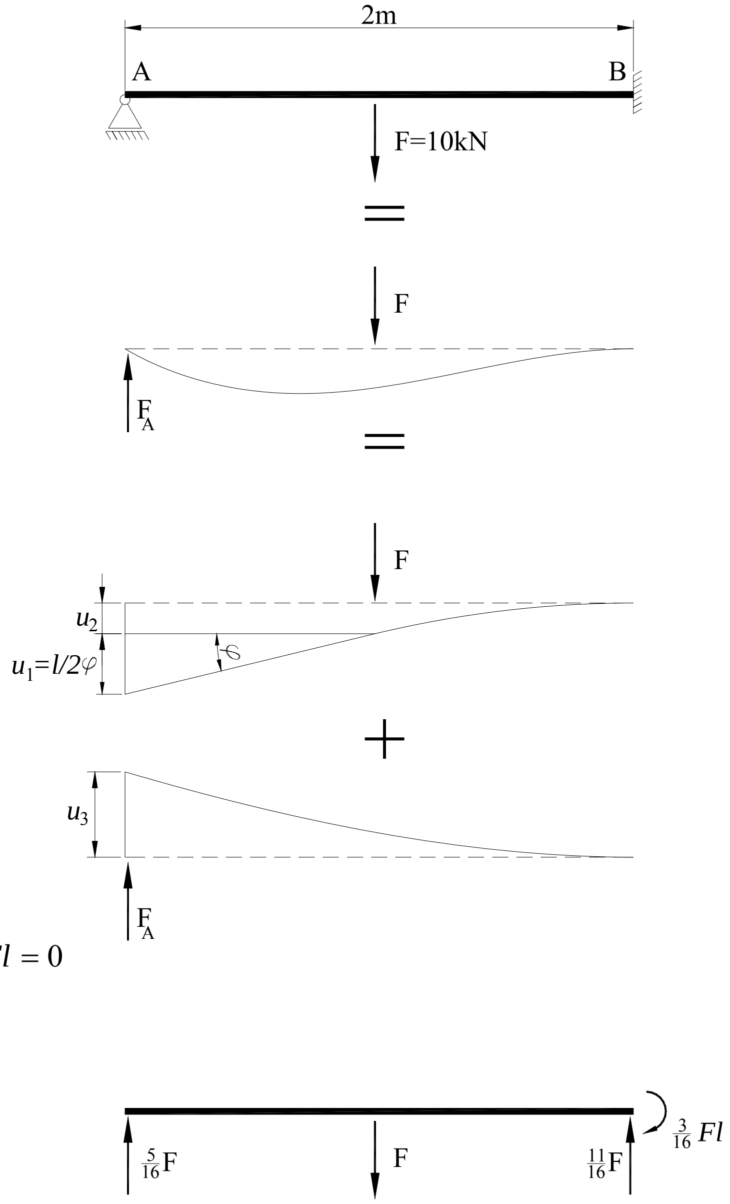
$$\sigma_A = \frac{N}{A} = \frac{100000}{7273} = 13{,}7N/mm^2 \qquad \sigma_B = \frac{M}{W} = \frac{150 \cdot 10^6}{903{,}6 \cdot 10^3} = 166N/mm^2$$

$$\sigma_N = \sigma_A + \sigma_B = 179{,}7N/mm^2$$

$\sigma_N < \sigma_{tillatt}$, dvs at IPE360 kan benyttes

(f) Aksiallastene i stag BC og bjelke AF reduseres hvis C flyttes nedover. Videre reduseres bøye-momenter i bjelke AF hvis B flyttes utover. Således er det betydelige forbedringspotensialer for konstruksjonen ved å benytte et lengre stag. Men dette vil ikke påvirke selve masta. Alle krefter og momenter skal tas opp i D, jf. likevekt for hele konstruksjonen. Opplagerkreftene i D er upåvirket av konstruksjonens "indre forhold". Den eneste måten å redusere opplagerkreftene på er å redusere lasten, flytte F innover eller å innføre nye konstruksjonselementer, f.eks. barduner.

Oppgave 2:



(a) Nedbøyning i A som følge av F:

$$u_{1+2} = u_1 + u_2 = \frac{F(\frac{l}{2})^3}{3EI} + \frac{F(\frac{l}{2})^2}{2EI} \cdot \frac{l}{2} = \frac{5}{48}\frac{Fl^3}{EI}$$

Oppbøyning i A som følge av F_{By}:

$$u_3 = \frac{F_{By} l^3}{3EI}$$

A skal verken opp eller ned dvs:

$$u_{1+2} = u_3 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{5F}{48} \cdot \frac{l^3}{EI} = \frac{F_{By}}{3} \cdot \frac{l^3}{EI}$$

$$F_{By} = \frac{5}{16} F$$

(b)

$$\sum F_y = 0 \;\; gir \qquad F_{By} + \tfrac{5}{16}F - F = 0$$

$$\underline{F_{By} = \tfrac{11}{16}F}$$

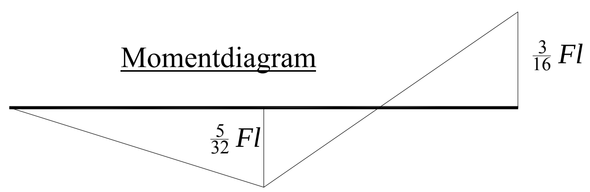
$$\sum M_B = 0 \qquad gir \qquad -M_B + F \cdot \tfrac{l}{2} - \tfrac{5}{16}Fl = 0$$

$$\underline{M_B = \tfrac{3}{16}Fl}$$

F_A gir følgende moment på midten:

<u>M_C</u> = 5/16 F × l/2 = <u>5/32 Fl</u>

(c) Motstandsmoment for FB100×12:



$$W = \tfrac{1}{6}bh^2 = \tfrac{1}{6}12 \cdot 100^2 = 20 \cdot 10^3 \, mm^3$$

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{3{,}75 \cdot 10^6}{20000} = 187{,}5 N / mm^2$$

Største bøyespenninger er mindre enn 200N/mm^2, dvs at FB100×12 kan benyttes.

(d) Hulltrykkspenning:

$$\sigma_{hulltrykk} = \frac{F}{d \cdot t} = \frac{10000}{20 \cdot 12} = 42N/mm^2 < 235N/mm^2 \quad dvs \quad OK$$

Effektiv forankringslengde:

$$\tau = \frac{F}{2 \cdot l_{eff} \cdot t} = \frac{10000}{2 \cdot 40 \cdot 12} = 10N/mm^2 < 90N/mm^2 \quad dvs \quad OK$$

(d) Så lenge hullet plasseres i nøytralaksen vil ikke hullet redusere styrken i særlig grad. Dette skyldes at bøyespenningene er tilnærmet lik null her.

(e) Vipping er en form for ustabilitet som kan oppstå for konstruksjoner med stort forhold mellom høyde og bredde ($I_x >> I_y$) og som innebærer at konstruksjonen knekker ut på tvers av lastretningen. Denne utbøyningen gir torsjonmoment på konstruksjonen slik at tverrsnittet vrir seg. Vridningen medfører at kontruksjonen blir svakere i lastretningen og konstruksjonen kollapser.

Ved å sveise en flens på flattjernet vil problemet være løst.

Oppgave 3

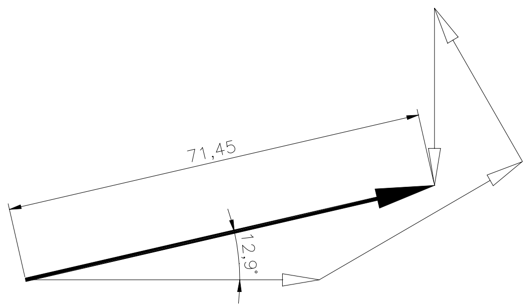
(a)

$$F_x = 50 + 40\cos 30° - 30\cos 60° = 69{,}6kN$$

$$F_y = 40\sin 30° + 30\sin 60° - 30 = 16{,}0kN$$

$$F = \sqrt{69{,}6^2 + 16{,}0^2} = 71{,}4kN$$

$$\alpha = \tan^{-1}(\frac{16{,}0}{69{,}6}) = 12{,}9°$$



(b)

$$N.A. = \frac{45 \cdot 900 + 95 \cdot 1000}{1900} = 71{,}3mm$$

$$I = \tfrac{1}{12}10 \cdot 90^3 + \tfrac{1}{12}100 \cdot 10^3 + 900 \cdot 26{,}3^2 + 1000 \cdot 23{,}7^2 = 180cm^4$$

$$W_o = \frac{I}{y_o} = \frac{180}{2{,}87} = 62{,}7cm^3$$

$$W_u = \frac{I}{y_u} = \frac{180}{7{,}13} = 25{,}2cm^3$$

(c)

$$A = \pi(r_y^2 - r_i^2) = \pi(75^2 - 67^2) = 3569mm^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{9{,}81 \cdot 10 \cdot 10^3}{3569} = 27{,}5N/mm^2$$

$$\Delta l = \varepsilon l = \frac{\sigma}{E} l = \frac{27{,}5}{210000} 20000 = 2{,}6mm$$

(d) Bøyespenninger og aksialspenninger virker normalt på tverrsnittet. Skjærspenninger og torsjonsspenninger virker i tverrsnittets plan.