



HØGSKOLEN I TROMSØ

Løsningsforslag Mekanikk

Ny/utsatt eksamen høst 2005 - 28.02.2006

Oppgave 1

$$(a) \quad q = \rho g h b \Rightarrow h = \frac{q}{\rho g b} = \frac{20000 \frac{N}{m}}{700 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,81 \frac{N}{kg} \cdot 1,2m} = 2,43m$$

$q = 20kN/m$ tilsvarer 2,43m snødybde

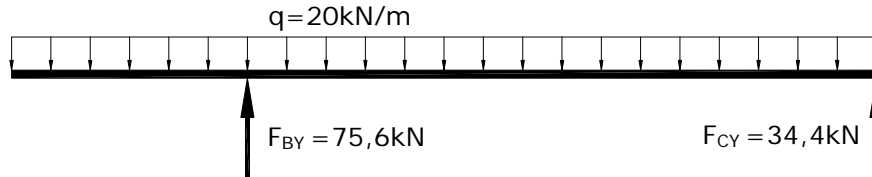
(b)

Momentlikevekt om C:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F_{BY} \cdot 4,0 - \frac{1}{2} q l^2 = 0 \Rightarrow \underline{F_{BY} = 75,6kN}$$

Vertikal kraftlikevekt:

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow F_{BY} + F_{CY} - q l = 0 \Rightarrow \underline{F_{CY} = 34,4kN}$$



(c)

Skjærkraften varierer lineært på AB og på BC. Beregner skjærkraften i B:

$$\text{Like til venstre for B: } V = -20 \cdot 1,5m = -30kNm$$

$$\text{Like til høyre for B: } V = -20 \cdot 1,5 + 75,6 = 45,6kNm$$

Har nå nødvendig informasjon for å kunne tegne skjærkraftdiagrammet.

Det er flere metoder for å sette opp momentdiagrammet. Velger å utarbeide likninger for henholdsvis bjelkeelement AB og BC:

$$AB: \sum M_X = 0 \Rightarrow m_X + \frac{1}{2} q x^2 = 0 \Rightarrow \underline{m_X = -10x^2}$$

$$BC: \sum M_X = 0 \Rightarrow m_X - F_{BY} \cdot (x - 1,5) + \frac{1}{2} q x^2 = 0 \Rightarrow \underline{m_X = -10x^2 + 75,6x - 113,4}$$

Vha disse to uttrykkene kan vi nå tegne momentdiagrammet.

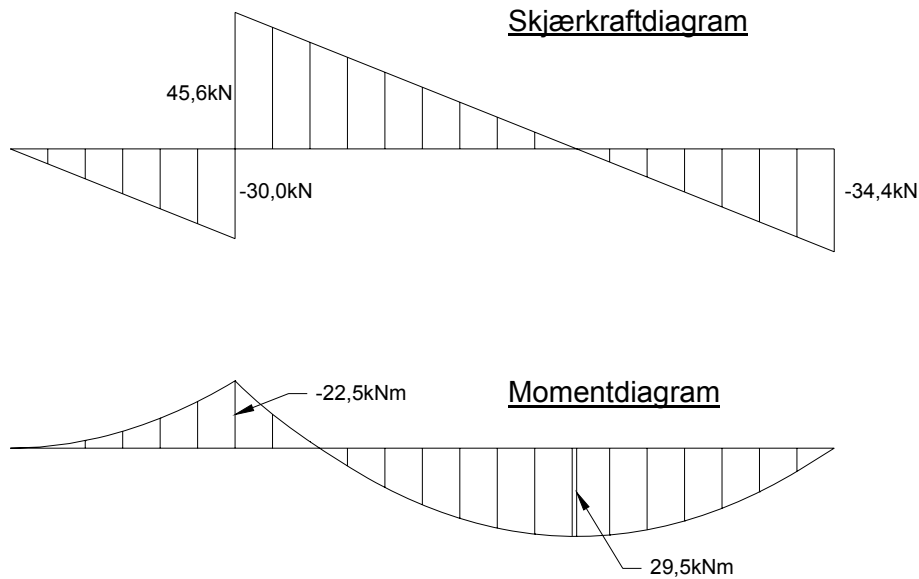


HØGSKOLEN I TROMSØ

Vi er spesielt interessert i største bøyemoment som vi finner der hvor den deriverte av m_x er lik null, dvs:

$$m'_x = -20x + 75,6 = 0 \Rightarrow x = 3,78$$

Her er $m_x = 29,5\text{kNm}$



(d)

Tar utgangspunkt i stedet med størst bøyespenninger:

$$W_{\min} = \frac{M}{\sigma_{\text{tillatt}}} = \frac{29,5 \cdot 10^6}{160} = 184\text{cm}^3$$

Et profil med motstandsmoment på 184cm^3 vil gi bøyespenninger på 160N/mm^2 . Dette blir altså minste akseptable motstandsmoment. Velger derfor IPE200 hvor $W_x = 194\text{cm}^3$.



HØGSKOLEN I TROMSØ

Oppgave 2

(a)

I et ideelt fagverk er stagene er forbundet med hverandre med såkalte boltelagre i knutepunktene. Videre angriper alle laster i knutepunktene.

Vi får kun aksiallaster i stagene, dvs ren trykkraft eller strekkraft uten noen form for bøyning, torsjon eller skjær.

(b) Fagverket er statisk bestemt hvis $2k = s + o$

Antall knutepunkt: $k = 7$
Antall stag: $s = 11$
Antall opplagerkrefter: $o = 3$

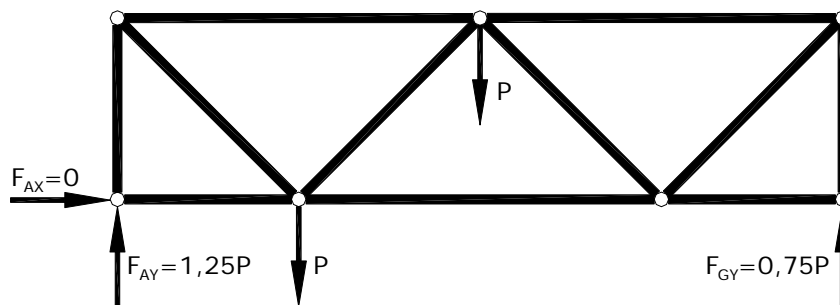
$2k = 14$ og $s + o = 14$, dvs statisk bestemt system

(c) Momentlikevekt om knutepunkt A gir:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow P \cdot a + P \cdot 2a - F_{GY} \cdot 4a = 0 \Rightarrow F_{GY} = \underline{0,75P}$$

Vertikal kraftlikevekt gir:

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow F_{AY} - P - P + F_{GY} = 0 \Rightarrow F_{AY} = \underline{1,25P}$$

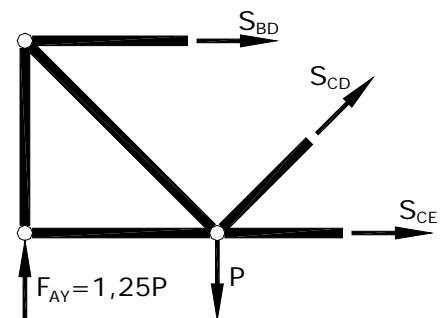


(d) Benytter snittmetoden og antar strekk i stagene CE, CD og BD.

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F_{AY} \cdot a + S_{BD} \cdot a = 0 \Rightarrow S_{BD} = \underline{-1,25P} \text{ (trykk)}$$

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow F_{AY} - P + S_{CD} \sin(45) = 0 \Rightarrow S_{CD} = \underline{-0,354P} \text{ (trykk)}$$

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow S_{BD} + S_{CD} \cos(45) + S_{CE} = 0 \Rightarrow S_{CE} = \underline{1,5P} \text{ (streck)}$$





HØGSKOLEN I TROMSØ

(e) Knekk lengde:

$$l_K = \sqrt{2a} = 2,83m$$

Arealtreghetsmoment (fra formelsamling):

$$I_0 = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64}(50^4 - 40^4) = 181132mm^4$$

Eulers formel:

$$F_K = \frac{\pi^2 EI_0}{l_K^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 181132}{2830^2} = 46,9kN$$

Største tillatte trykkraft:

$$F_{\text{tillatt}} = F_K / 2 = 23,4kN$$

$$S_{CD} = 2,0t = 19,6kN < F_{\text{tillatt}} \text{ dvs OK}$$

(f)

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}(50^2 - 40^2) = 707mm^2$$

$$\sigma_A = \frac{S_{CD}}{A} = \frac{19600}{707} = 28N/mm^2$$

$$\Delta l = \frac{\sigma}{E} l = \frac{28}{210000} \cdot 2830 = 0,37mm \text{ (Hookes lov)}$$

Dvs. stav CD blir 0,37mm kortere som følge av trykkraften på 2,0tonn

Oppgave 3

(a) Bestemmer resultantkraftens komponent i x- og y-retning:

$$F_x = 50 + 50 \cos(30^\circ) - 50 \cos(60^\circ) = 68,3kN$$

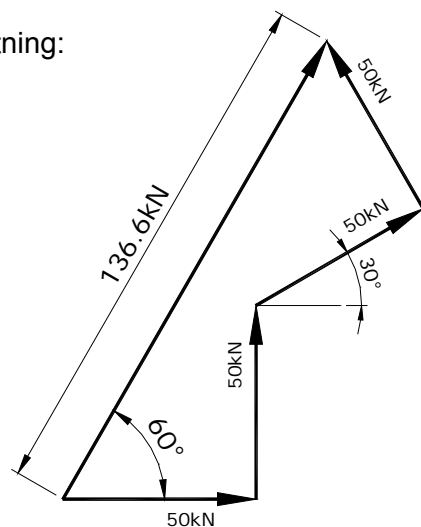
$$F_y = 50 + 50 \sin(30^\circ) + 50 \sin(60^\circ) = 118,3kN$$

Vha. pytagoras og trigonometri kan vi nå bestemme resultantkraftens størrelse og retning:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 136,6kN$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = 60^\circ$$

Til høyre er det vist grafisk løsning.





HØGSKOLEN I TROMSØ

(b) Torsjonsmoment:

$$M_T = 100 \cdot 9,81 \cdot 0,25 = 245 \text{ Nm}$$

Polart motstandsmoment (fra formelsamling):

$$W_P = \frac{\pi}{16} d^3 = 1571 \text{ mm}^3$$

Største torsjonsspenninger i hjulkryssset:

$$\tau_T = \frac{M_T}{W_P} = \frac{245000}{1571} = 156 \text{ N/mm}^2$$

(c)

Flensene har som hovedfunksjon å ta bøyesspenninger

Steget har som hovedfunksjon er å ta skjærespenninger samt å holde flensene fra hverandre

(d)

For å beregne motstandsmomentene må vi kjenne nøytralaksens beliggenhet og arealtreghetsmoment om nøytralaksen:

$$N.A. = \frac{1000 \cdot 195 + 1900 \cdot 95}{2900} = 129,5 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1}{12} 100 \cdot 10^3 + 1000 \cdot 65,5^2 + \frac{1}{12} 10 \cdot 190^3 + 1900 \cdot 34,5^2 = 12,3 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Vi kan nå beregne motstandsmoment for henholdsvis oversiden og undersiden av L-profillet:

$$W_o = \frac{I}{y_o} = \frac{12,3 \cdot 10^6}{70,5} = 174 \text{ cm}^3, \quad W_u = \frac{I}{y_u} = \frac{12,3 \cdot 10^6}{129,5} = 95,0 \text{ cm}^3$$

