UNIVERSITETET I TROMSØ

INSTITUTT FOR INGENIØRVITENSKAP OG SIKKERHET

EKSAMENSOPPGAVE I

PG403 (10sp) Mekanikk

Eksamensperiode	:	HØST 2009
Klasse	:	SM2, NA2
Dato	:	Onsdag 02.12.2009
Tid	:	09.00 – 14.15

Den oppgitte tiden inkluderer matpause/klargjøring av besvarelsen

Hjelpemidler	:	Pedersen, S. E. m.fl.: Teknisk formelsamling Haugan, John: Formler og tabeller Kalkulator
Antall tekstsider (inkl. forside)	:	4
Antall vedlegg	:	4
Ansvarlig faglærer	:	Tor Schive
Sensurfrist	:	23.12.2009

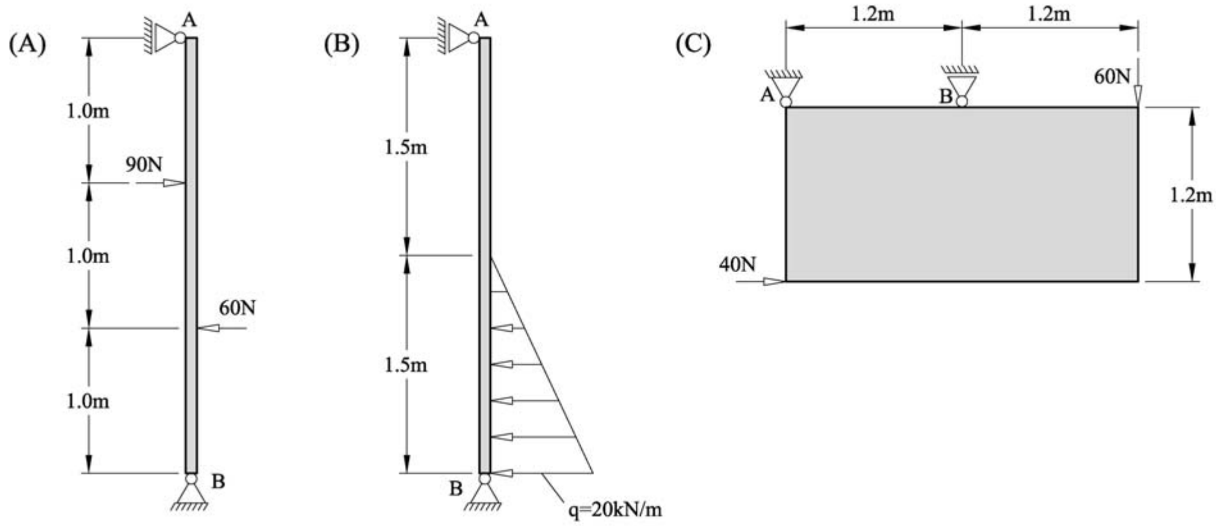
Generell informasjon

- Alle deloppgaver teller likt
- Legg spesielt merke til at vedlegget inneholder en del nyttige formeler
- I dimensjoneringsoppgaver er det ikke nødvendig å ta hensyn til eventuelle skjærspenninger, med mindre dette er spesielt bedt om.
- Tyngdens akselerasjon kan settes til 9,81m/s^2
- Materialet er alminnelig konstruksjonsstål med følgende egenskaper

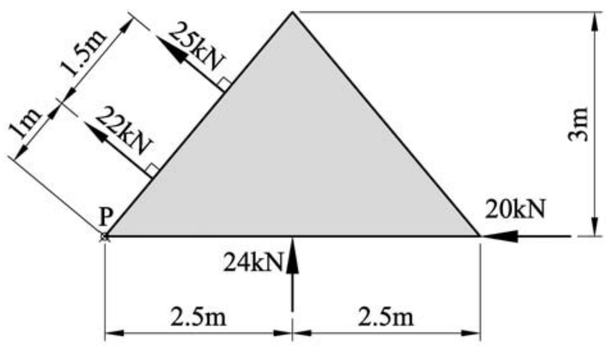
    - Egenvekt ρ = 7850kg/m^3
    - Elastisitetsmodul E = 206000MPa
    - Flytegrense σ_F = 235MPa
    - Strekkfasthet σ_B = 350MPa

Oppgave 1

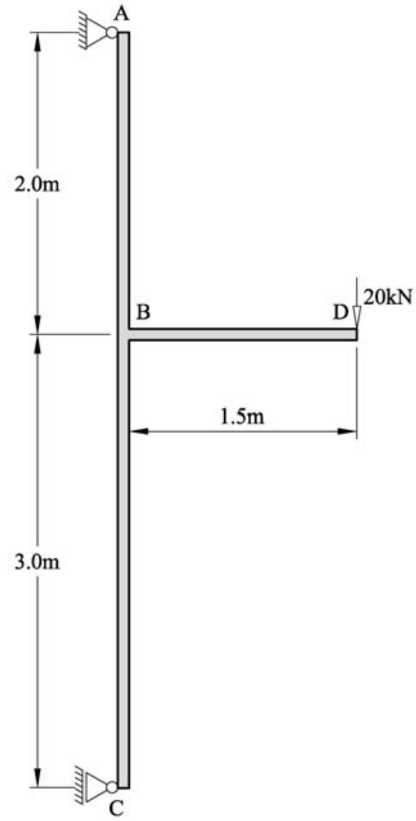
Beregn opplagerkrefter og tegn belastningsdiagram for følgende lasttilfeller:



(d) Bestem resultantens mål, retning og beliggenhet for kraftsystemet under. Beliggenhet angis i forhold til referansepunktet P. Resultatene vises på figur.



Oppgave 2



(a) Vis at konstruksjonen er statisk bestemt. Beregn reaksjonskrefter i A, B og C og tegn belastnings-diagram.

(b) Tegn normalkraft- skjærkraft- og bøyemoment-diagram for konstruksjonen.

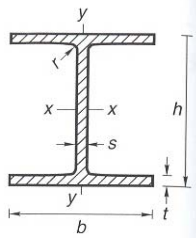
(c) Konstruksjonen skal bygges med HEB-bjelke. Det er krav om at sikkerhetsfaktoren for konstruksjonen minst skal være n = 1,2 i forhold til materialets flytegrense. Hva er da minste HEB-bjelke du kan bruke?

(d) Beregn jevnføringsspenningen i arealsenteret for element BD hvis det brukes HE140B-bjelke.

Varmvalsede bredflensbjelker

Normale HE-B

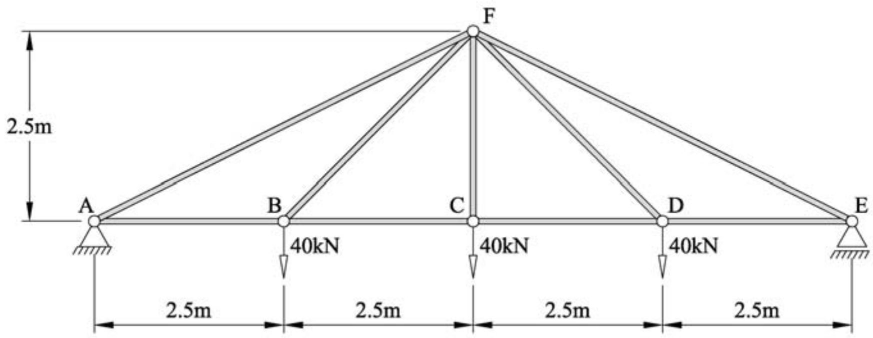
Etter EN 10 025



Betegnelse	Dimensjoner					Tverrsnitt	Vekt per m	Annet areal-moment	Tverrsnitts-modul	Treghets-radius	Annet areal-moment	Tverrsnitts-modul	Treghets-radius	Statisk moment for halv profil
	h mm	b mm	s mm	t mm	r mm	F cm^2	G kg/m	J_x cm^4	W_x cm^3	i_x cm	J_y cm^4	W_y cm^3	i_y cm	S_x cm^3
HE 100B	100	100	6	10	12	26,0	20,4	450	89,9	4,16	167	33,5	2,53	52,1
HE 120B	120	120	6,5	11	12	34,0	26,7	864	144	5,04	318	52,9	3,06	82,6
HE 140B	140	140	7	12	12	43,0	33,7	1510	216	5,93	550	78,5	3,58	123
HE 160B	160	160	8	13	15	54,3	42,6	2490	311	6,78	889	111	4,05	177
HE 180B	180	180	8,5	14	15	65,3	51,2	3830	426	7,66	1360	151	4,57	241
HE 200B	200	200	9	15	18	78,1	61,3	5700	570	8,54	2000	200	5,07	321
HE 220B	220	220	9,5	16	18	91,0	71,5	8090	736	9,43	2840	258	5,59	414
HE 240B	240	240	10	17	21	106	83,2	11260	938	10,3	3920	327	6,08	527
HE 260B	260	260	10	17,5	24	118	93,0	14920	1150	11,2	5130	395	6,58	641
HE 280B	280	280	10,5	18	24	131	103	19270	1380	12,1	6590	471	7,09	767
HE 300B	300	300	11	19	27	149	117	25170	1680	13,0	8560	571	7,58	934
HE 320B	320	300	11,5	20,5	27	161	127	30820	1930	13,8	9240	616	7,57	1070
HE 340B	340	300	12	21,5	27	171	134	36660	2160	14,6	9690	646	7,53	1200

Oppgave 3

Figuren viser en konstruksjon som kan betraktes som et ideelt fagverk.



(a) Vis at konstruksjonen er statisk bestemt. Vis at stavkraften S_{AF} = 134KN (trykkraft).

(b) Beregn konstruksjonens stavkrefter. Sett opp et belastningsdiagram hvor opplagerkrefter og stavkrefter fremkommer.

(c) Det skal benyttes emnerør av vanlig konstruksjonsstål med dimensjoner $\varnothing$120mm×6,0mm. Beregn sikkerhetsfaktor i forhold til flyt for stav AF. Beregn hvor mye kortere stav AF blir som følge av belastningen.

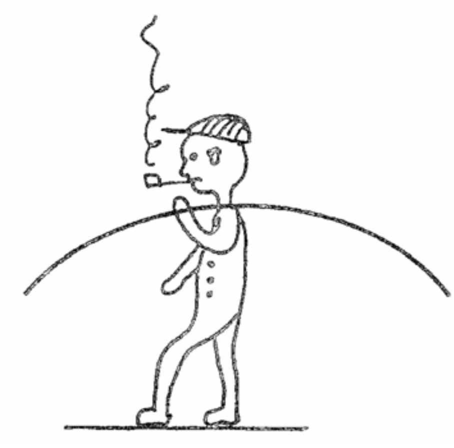
(d) Vis at stav AF befinner seg i det elastiske området i forhold til knekning. Beregn sikkerhet i forhold til knekning for element AF.

Oppgave 4

En arbeider skal bære armeringsjern dvs. stålstenger med dimensjoner $\varnothing$5,0mm over skulderen sin. Skulderhøyden er 1650mm. Han lurer på følgende:

(a) Hvor lang kan stangen være uten at den sleper i bakken?

(b) Hvor lang kan stangen være uten at stålets flytegrense overskrides?



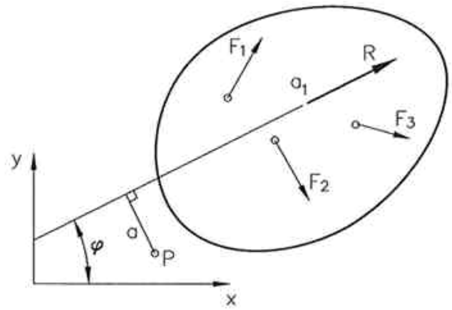
Resultanten

$R_x = \Sigma F_{xi}$ $R_y = \Sigma F_{yi}$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

$\phi = \tan^{-1}(\frac{R_y}{R_x})$

$a = \frac{\Sigma M_P}{R}$



Statisk bestemthet

Generelt: 3e = r e = antall elementer
r = antall ukjente reaksjonskrefter

Fagverk: s + o = 2k s = antall staver
o = antall opplagerkrefter
k = antall knutepunkt

Tyngdepunktssetningen

$\bar{x} = \frac{\Sigma G_i x_i}{\Sigma G_i}$

Fasthetslære, grunnleggende

Aksialspenninger $\sigma_A = \frac{F}{A}$

Tøyning: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

Hookes lov: $\sigma = E\varepsilon$ $E_{stål} = 206000$MPa
$E_{Alum} = 70000$MPa

Forlengelse, aksialbelastet stav: $\Delta L = \frac{FL}{EA}$

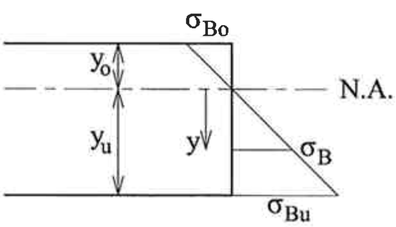
Dimensjoneringskriterium, en-akset normalspenning: $\sigma_{tillatt} = \frac{\sigma_F}{n},\ evt.\ \sigma_{tillatt} = \frac{\sigma_B}{n}$

Bøyespenningsformelen

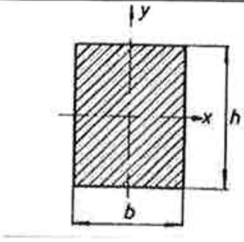
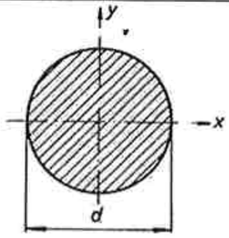
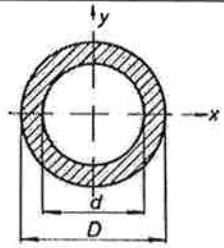
$\sigma_B = \frac{M}{I_x} y$

$\sigma_{Bo} = \frac{M}{W_{xo}}$ hvor $W_{xo} = \frac{I_x}{y_o}$

$\sigma_{Bu} = \frac{M}{W_{xu}}$ hvor $W_{xu} = \frac{I_x}{y_u}$



Tverrsnittsegenskaper

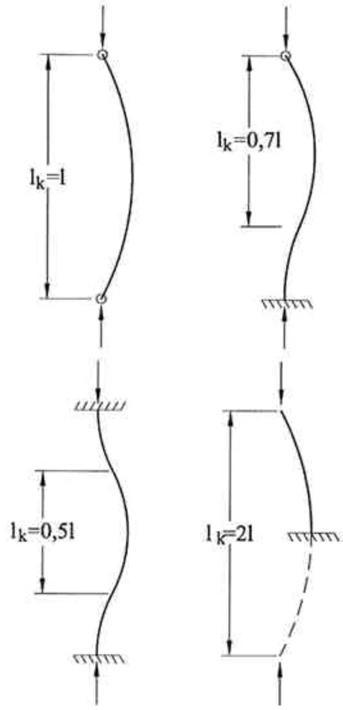
Snittflate	Annet arealmoment	Motstandsmoment	Polart arealmoment
	$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_y = \frac{hb^3}{12}$	$W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_y = \frac{hb^2}{6}$	
	$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}$	$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32}$	$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$
	$I_x = I_y = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$	$W_x = W_y = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$	$I_p = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$

Steiners formel

$$\boxed{I = I_o + d^2 A}$$

- Areal
- Avstand mellom felles og lokal N.A.
- I om lokal N.A.
- I om felles N.A.

Knekning:



Elastisk knekning (Eulerlasten): $F_k = \frac{\pi^2 E I_0}{l_k^2}$

Treghetsradius $i = \sqrt{\frac{I_o}{A}}$

Slankhet: $\lambda = \frac{l_k}{i}$

Tetmajers formler for plastisk knekning:

St37: $\sigma_k = 310 - 1{,}14\lambda$ *for* $\lambda \in <10{,}105>$

St50/St60: $\sigma_k = 335 - 0{,}62\lambda$ *for* $\lambda \in <10{,}89>$

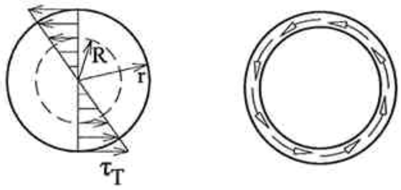
Torsjon

Torsjonsskjærspenning av sirkulærsylindriske tverrsnitt

$$\tau_T = \frac{M_T}{I_p} R$$

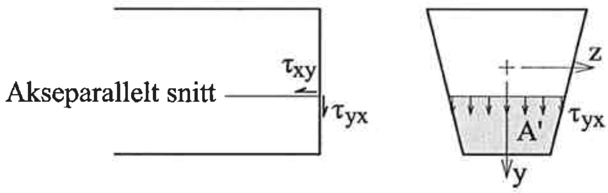
Torsjonsskjærspenning av tynnvegget rør

$$\tau_T = \frac{2M_T}{\pi d^2 t}$$



Bøyeindusert skjærspenning

$$\tau_{yx} = \frac{V}{Ib} S \qquad hvor \qquad S = \int_{A'} y dA = \Sigma y_i A_i$$



Rektangulært tverrsnitt: $\tau_{\max} = 1{,}5 \frac{V}{A}$

Sirkulært tverrsnitt: $\tau_{\max} = 1{,}33 \frac{V}{A}$

Tynnvegget rør: $\tau_{\max} = 2 \frac{V}{A}$

Flerakset spenningstilstand

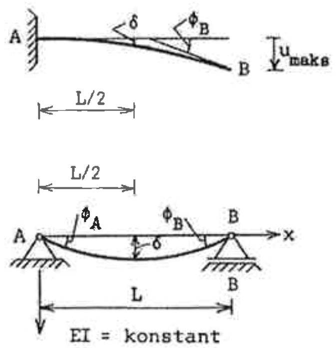
Tresca-kriteriet: $\sigma_{\max} - \sigma_{\min} < \frac{\sigma_F}{n}$

Von Mises-kriteriet: $\sigma_j < \frac{\sigma_F}{n}$

Jevnføringsspenning: $\sigma_j = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}}$ (Plan spenningstilstand)

$\sigma_j = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}}$ (En-akset spenningstilstand)

Utbøyningsformler



δ = utbøyning med midten

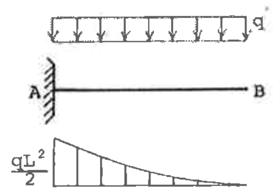
u_{maks} = maksimal utbøyning

$\bar{x}$ = avstand fra A til punkt med maksimal utbøyning

ϕ_A = tangenthelning ved A

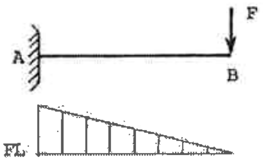
ϕ_B = tangenthelning ved B

1.



$u_{maks} = \frac{qL^4}{8EI}$, $\phi_B = \frac{qL^3}{6EI}$, $\delta = \frac{17}{384} \frac{qL^4}{EI}$

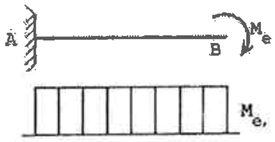
6.



M:

$$u_{maks} = \frac{FL^3}{3EI}, \quad \phi_B = \frac{FL^2}{2EI}, \quad \delta = \frac{5FL^3}{48EI}$$

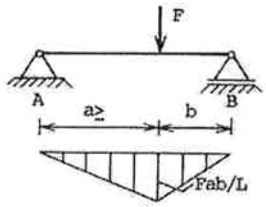
7.



M:

$$u_{maks} = \frac{M_e L^2}{2EI}, \quad \phi_B = \frac{M_e L}{EI}$$

9.



M:

$$\delta = \frac{Fb(3L^2 - 4b^2)}{48EI}$$

$$u_{maks} = \frac{Fb(L^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}\ LEI}, \quad \bar{x} = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$$

$$u = \frac{Fa^2b^2}{3LEI} \text{ ved lasten}$$

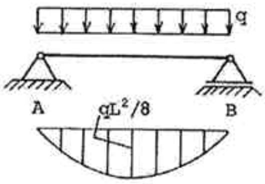
$$\phi_A = \frac{F \cdot ab(a+2b)}{6LEI}, \quad \phi_B = \frac{F \cdot ab(b+2a)}{6LEI}$$

For $a = b = L/2$

$$\delta = u_{maks} = \frac{FL^3}{48EI}$$

$$\phi_A = \phi_B = \frac{FL^2}{16EI}$$

10.



M:

$$\delta = u_{maks} = \frac{5}{384}\frac{qL^4}{EI}$$

$$\phi_A = \phi_B = \frac{qL^3}{24EI}$$